

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	CAS

1 Aufgabe

1 Ein Unternehmen stellt Kunststoffteile her. Erfahrungsgemäß sind 4 % der hergestellten Teile fehlerhaft. Die Anzahl fehlerhafter Teile unter zufällig ausgewählten kann als binomialverteilt angenommen werden.

a 800 Kunststoffteile werden zufällig ausgewählt. Berechnen Sie für die folgenden Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:

A: „Genau 30 der Teile sind fehlerhaft.“

B: „Mindestens 5 % der Teile sind fehlerhaft.“

b Ermitteln Sie, wie viele Kunststoffteile mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit davon mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens 100 Teile keinen Fehler haben.

Die Kunststoffteile werden aus Kunststoffgranulat hergestellt. Nach einem Wechsel des Granulats vermutet der Produktionsleiter, dass sich der Anteil der fehlerhaften Teile reduziert hat. Um einen Anhaltspunkt dafür zu gewinnen, ob die Vermutung gerechtfertigt ist, soll die Nullhypothese „Der Anteil der fehlerhaften Teile beträgt mindestens 4 %.“ auf der Grundlage einer Stichprobe von 500 Teilen auf einem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden.

c Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.

d Das neue Granulat ist teurer als das vorherige. Geben Sie an, welche Überlegung zur Wahl der Nullhypothese geführt haben könnte, und begründen Sie Ihre Angabe.

2 Für ein Spiel wird ein Glücksrad verwendet, das drei farbige Sektoren hat. Der Tabelle können die Farben der Sektoren und die Größen der zugehörigen Mittelpunktswin-

BE

3

4

5

3

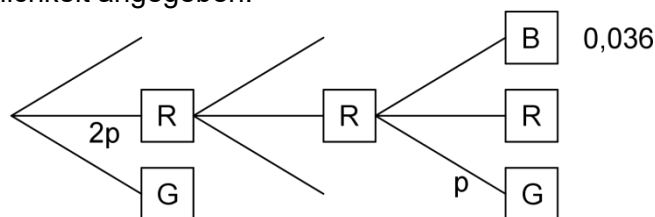
kel entnommen werden.

Farbe	Blau	Rot	Grün
Mittelpunktswinkel	180°	120°	60°

Für einen Einsatz von 5 Euro darf ein Spieler das Glücksrad dreimal drehen. Erzielt der Spieler dreimal die gleiche Farbe, werden ihm 10 Euro ausgezahlt. Erzielt er drei verschiedene Farben, wird ein anderer Betrag ausgezahlt. In allen anderen Fällen erfolgt keine Auszahlung.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dreimal die gleiche Farbe erzielt wird, ist $\frac{1}{6}$.

- a** Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass drei verschiedene Farben erzielt werden, ebenfalls $\frac{1}{6}$ beträgt. 2
- b** Bei dem Spiel ist zu erwarten, dass sich die Einsätze der Spieler und die Auszahlungen auf lange Sicht ausgleichen. Berechnen Sie den Betrag, der ausgezahlt wird, wenn drei verschiedene Farben erscheinen. 3
- c** Die Größen der Sektoren werden geändert. Dabei wird der blaue Sektor vergrößert. Die Abbildung zeigt einen Teil eines Baumdiagramms, das für das geänderte Glücksrad die drei Drehungen beschreibt. Ergänzend ist für einen Pfad die zugehörige Wahrscheinlichkeit angegeben. 5



Bestimmen Sie die Größe des zum blauen Sektor gehörenden Mittelpunktswinkels.

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	a X: Anzahl der fehlerhaften Kunststoffteile $P_{0,04}^{800}(X = 30) \approx 6,9\%$ $5\% \cdot 800 = 40$, $P_{0,04}^{800}(X \geq 40) \approx 9,1\%$	3
	b Y: Anzahl der Kunststoffteile, die keinen Fehler haben $P_{0,96}^{107}(Y \geq 100) \approx 93,4\%$ $P_{0,96}^{108}(Y \geq 100) \approx 97,0\%$ Es müssen mindestens 108 Teile ausgewählt werden.	4

	c	$P_{0,04}^{500}(X \leq k) \leq 5\% \Leftrightarrow k \leq 12$ Sind höchstens zwölf der 500 Teile fehlerhaft, so wird die Nullhypothese abgelehnt.	5
	d	Es soll möglichst vermieden werden, das teurere neue Granulat dauerhaft einzusetzen, obwohl sich der Anteil der fehlerhaften Teile nicht reduziert hat. Das Risiko, aufgrund des Testergebnisses irrtümlich davon auszugehen, dass sich dieser Anteil reduziert hat, beträgt höchstens 5%.	3
2	a	$3! \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$	2
	b	Bezeichnet man den gesuchten Betrag mit a, so gilt: $\frac{1}{6} \cdot 5\text{€} + \frac{1}{6} \cdot (a - 5\text{€}) - \frac{4}{6} \cdot 5\text{€} = 0 \Leftrightarrow a = 20\text{€}$	3
	c	$2p \cdot 2p \cdot (1 - p - 2p) = 0,036$ liefert für $0,5 < 1 - p - 2p \leq 1$: $p = \frac{\sqrt{37}+1}{60}$ Damit: $(1 - p - 2p) \cdot 360^\circ \approx 233^\circ$	5
			25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen ¹						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3			I		I		X		
b	4	I	III	II						X
c	5	II		II					X	
d	3	III	III							X
2 a	2			I		I		X		
b	3		II	II		II			X	
c	5		II		II	II			X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

¹ Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.