

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A2)	CAS

1 Aufgabe

Die Abbildung zeigt – nicht maßstabsgetreu – ein Modell eines Obelisken. Im verwendeten kartesischen Koordinatensystem beschreibt die xy -Ebene den ebenen Untergrund, auf dem der Obelisk steht; eine Längeneinheit entspricht einem Meter in der Wirklichkeit.

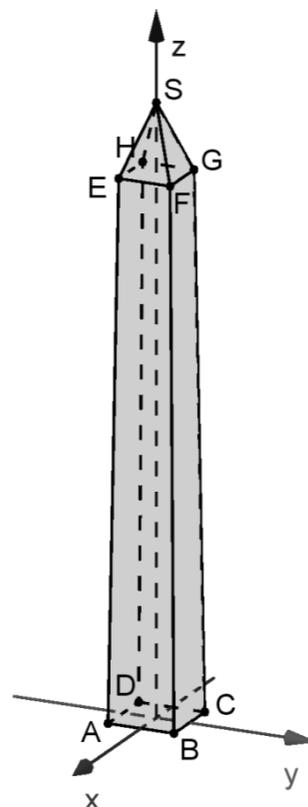
Der untere Teilkörper $ABCDEFGH$ mit $B(0,45 | 0,45 | 0)$ ist ein Stumpf einer geraden Pyramide. Der Mittelpunkt des Quadrats $ABCD$ ist der Koordinatenursprung. Das Quadrat $EFGH$ ist parallel zur xy -Ebene.

Der obere Teilkörper $EFGHS$ mit $E(0,35 | -0,35 | 7,16)$ ist eine gerade Pyramide. Der Punkt S liegt auf der z -Achse und stellt die Spitze des Obelisken dar.

- a** Ermitteln Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der Gerade AE mit der z -Achse.

(zur Kontrolle: z -Koordinate des Schnittpunkts: 32,22)

- b** Berechnen Sie die Größe der Neigungswinkel der Seitenkanten des unteren Teilkörpers gegenüber dem Untergrund.
- c** Bestimmen Sie den Flächeninhalt einer der Seitenflächen des unteren Teilkörpers.



BE

3

2

4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

d	Der untere Teilkörper des Obeliskens besteht aus Granit. Ein Kubikmeter des verwendeten Materials hat eine Masse von 2,6 Tonnen. Bestimmen Sie die Masse des unteren Teilkörpers.	5
e	Entscheiden Sie für jede der folgenden Gleichungen I bis IV, ob sie eine Symmetrieebene des Obeliskens beschreibt. Begründen Sie für eine der Gleichungen, dass Sie keine solche Ebene darstellt.	4
	I $x = 0,45$ II $y = 0$ III $x - y = 0$ IV $x - z = 0$	
	Auf den Obeliskens treffendes Sonnenlicht kann im Modell durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ dargestellt werden.	
f	Begründen Sie, dass der Schatten der Spitze des Obeliskens nur dann auf dem Untergrund liegt, wenn der obere Teilkörper des Obeliskens ausreichend hoch ist.	2
g	Der Abstand des auf dem Untergrund liegenden Schattens der Spitze des Obeliskens von dem Punkt, der im Modell durch B dargestellt wird, beträgt 5,1 Meter. Ermitteln Sie die Höhe des Obeliskens.	5
		25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	Gerade durch A und E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0,45 \\ -0,45 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -0,1 \\ 0,1 \\ 7,16 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}$ Die x- und y-Koordinate des Schnittpunkts sind jeweils 0. Für diesen Punkt gilt also $r = 4,5$, d. h. $z = 4,5 \cdot 7,16 = 32,22$.	3
b	Es gilt: $\tan \alpha = \frac{32,22}{0,45 \cdot \sqrt{2}}$, d. h. $\alpha \approx 89^\circ$	2
c	$\frac{1}{2} \cdot (\overline{AB} + \overline{EF}) \cdot \left \begin{pmatrix} -0,1 \\ 0 \\ 7,16 \end{pmatrix} \right \approx 5,7$, d. h. der Flächeninhalt beträgt etwa $5,7 \text{ m}^2$.	4
d	$\left(\frac{1}{3} \cdot \overline{AB} ^2 \cdot 32,22 - \frac{1}{3} \cdot \overline{EF} ^2 \cdot (32,22 - 7,61) \right) \cdot 2,6t \approx 12t$	5
e	Die Gleichungen II und III beschreiben Symmetrieebenen, die Gleichungen I und IV nicht.	4

	Die Gleichung $x = 0,45$ stellt keine Symmetrieebene dar, da das Modell des Obelisken keine Punkte enthält, deren x-Koordinate größer als 0,45 ist.	
f	Der Schatten der Spitze des Obelisken liegt nur dann auf dem Untergrund, wenn der Winkel zwischen der durch \overline{FS} dargestellten Seitenkante gegenüber dem Untergrund größer ist als der Winkel, unter dem das Sonnenlicht auf den Untergrund trifft.	2
g	<p>Gerade durch S mit dem Richtungsvektor \vec{v}: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_S \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$</p> <p>$z_S - 2t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{z_S}{2}$ liefert als Schnittpunkt von g mit der xy-Ebene: $S' \left(\frac{z_S}{2} \mid \frac{z_S}{2} \mid 0 \right)$</p> <p>Für $z_S > 0$ liefert $\overline{BS'} = 5,1$: $z_S \approx 8,1$, d. h. die Höhe des Obelisken beträgt etwa 8,1 m.</p>	5
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen ²						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3					I		X		
b	2			I		I		X		
c	4		II	I		I			X	
d	5		I	II		II			X	
e	4	II		II	II				X	
f	2	III		III			II			X
g	5		III	II		II				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.